

Rozdział 2

Teoria pierwszego rzędu

Najprostszą, powszechnie stosowaną przez inżynierów metodą obliczeń stałowych konstrukcji prętowych jest geometrycznie liniowa analiza konstrukcji ze sztywnymi, przegubowymi, ewentualnie przesuwными węzłami, z uwzględnieniem materiału liniowo-sprężystego. Jest to tzw. analiza pierwszego (I) rzędu układów o pełnej ciągłości (ze sztywnymi węzłami) lub układów przegubowych lub/i z węzłami przesuwными. W powszechnym rozumieniu jako teorię I rzędu uznaje się rozwiązanie, w którym równania równowagi zapisuje się jak dla elementu nieodkształconego. Obowiązuje tu zasada zeszywnienia. Równania różniczkowe osi odkształconej elementów pryzmatycznych przy prawoskrętnym układzie współrzędnych jak na rysunku 2.1 w węźle \bar{p} mają postać:

$$\begin{aligned}EJ_y u_z^{IV} &= p_z, \\EJ_z u_y^{IV} &= p_y, \\GJ_T \phi_x'' &= -m_x,\end{aligned}\tag{2.1a,b,c}$$

gdzie: J_y , J_z , J_T – momenty bezwładności względem osi y i z oraz moment bezwładności swobodnego skręcania, pozostałe oznaczenia jak na rysunku 2.1.

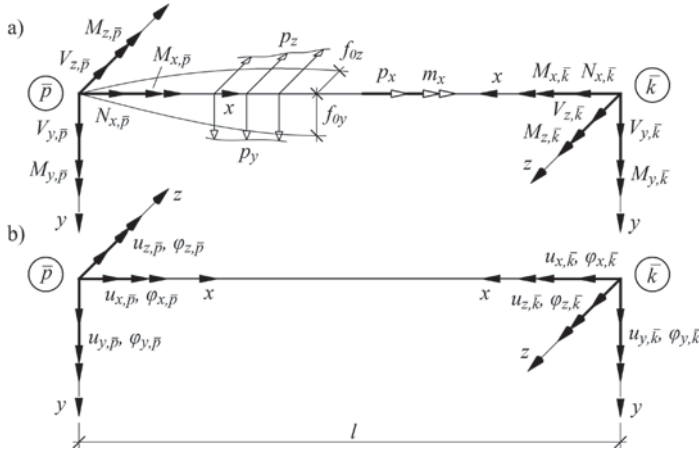
W równaniach zginania (2.1a,b) przyjmuje się założenie, że dla małych odkształceń i bardzo małych kątów obrotu krzywizna pręta jest obliczana ze wzoru

$$\frac{1}{\rho} = \frac{u''}{(1+u'^2)^{3/2}} \approx u'',\tag{2.1d}$$

co wynika z założenia, że $\sqrt{1+u'^2} \approx 1$.

Březina, jako teorię I rzędu w pracy [14], uznaje elementarną teorię zginania i swobodnego skręcania pręta, która jest podstawą ogólnej mechaniki budowli, poszerzoną o teorię nieswobodnego skręcania prętów cienkościennych Własowa [80] (podrozdz. 2.1).

Wyniki analizy I rzędu są wystarczające do oceny bezpieczeństwa ram stężonych (rys. 4.3) oraz większości kratownic. W analizie I rzędu nie ujmuje się



Rys. 2.1. Oznaczenia składowych: a) obciążeń pręta i sił przywęzłowych, b) przemieszczeń węzłów

wpływu deformacji na statykę układu. Ograniczeniem z góry nośności układu obliczanego wg teorii I rzędu jest sprężyste obciążenie krytyczne pręta lub układu prętowego, przy którym dochodzi do zjawiska bifurkacji. Znając wartość krytycznego obciążenia pręta (z analizy bifurkacyjnej), można wyznaczyć jego współczynnik długości wybocheniowej przy założeniu modelu sprężystego oraz wybocheniową nośność i porównać z obciążeniem pręta. Będzie to sprawdzenie stateczności pręta ściskanego wg teorii I rzędu.

Analizę I rzędu wykorzystuje się również do analizy granicznej w sensie przegubów plastycznych, tzw. analizy niesprężystej I rzędu, za pomocą której poszukuje się kolejnych przegubów plastycznych aż do ostatniego, przy którym układ zamienia się w łańcuch kinematyczny. W przypadku takiej analizy współczynniki długości wybocheniowej wyznacza się z uwzględnieniem zredukowanej (przegubami plastycznymi) sztywności układu, przy obliczeniowych wartościach obciążeń (łącznie z momentami granicznymi w przegubach plastycznych), na które konstrukcja jest projektowana [3].

Korzystając z modelu obliczeniowego opartego na teorii I rzędu nie można w czasie obliczeń zmieniać charakterystyk geometrycznych pręta z uwagi na utratę stateczności ścianek, gdyż są one zależne od jego wyężenia, które jest właśnie poszukiwane. W prostych przypadkach, na przykład pojedynczego pręta zginanego, projektanci mogą dokonać przybliżonej oceny tego zjawiska, dzieląc pręt na drobniejsze elementy i do oceny stateczności ścianek tych elementów poszukując sił wewnętrznych za pomocą rozwiązania wg teorii I rzędu,